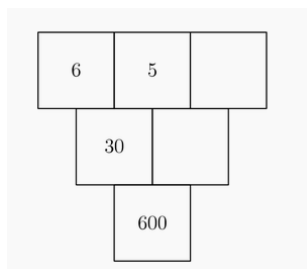


NĂM HỌC 2013 - 2014

AMC 8

PROBLEMS

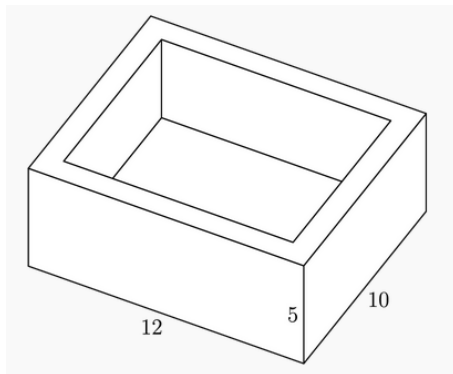
1. Amma wants to arrange her model cars in rows with exactly 6 cars in each row. She now has 23 model cars. What is the smallest number of additional cars she must buy in order to be able to arrange all her cars this way?
 (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5
2. A sign at the fish market says, "50% off, today only: half-pound packages for just 3 per package." What is the regular price for a full pound of fish, in dollars?
 (A) 6 (B) 9 (C) 10 (D) 12 (E) 15
3. What is the value of $4 \cdot (-1 + 2 - 3 + 4 - 5 + 6 - 7 + \dots + 1000)$?
 (A) -10 (B) 0 (C) 1 (D) 500 (E) 2000
4. Eight friends ate at a restaurant and agreed to share the bill equally. Because Judi forgot her money, each of her seven friends paid an extra 2.50 to cover her portion of the total bill. What was the total bill?
 (A) \$120 (B) \$128 (C) \$140 (D) \$144 (E) \$160
5. Hammie is in the 6th grade and weighs 106 pounds. His quadruplet sisters are tiny babies and weigh 5, 5, 6, and 8 pounds. Which is greater, the average (mean) weight of these five children or the median weight, and by how many pounds?
 (A) median, by 60 (B) median, by 20 (C) average, by 5
 (D) average, by 15 (E) average, by 20
6. The number in each box below is the product of the numbers in the two boxes that touch it in the row above. For example, $30 = 6 \times 5$. What is the missing number in the top row?



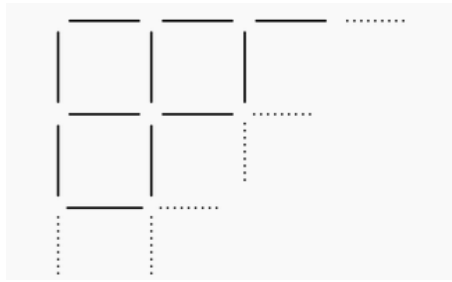
- (A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 6
7. Trey and his mom stopped at a railroad crossing to let a train pass. As the train began to pass, Trey counted 6 cars in the first 10 seconds. It took the train 2 minutes and 45 seconds to clear the crossing at a constant speed. Which of the following was the most likely number of cars in the train?
 (A) 60 (B) 80 (C) 100 (D) 120 (E) 140

8. A fair coin is tossed 3 times. What is the probability of at least two consecutive heads?
(A) $\frac{1}{8}$ (B) $\frac{1}{4}$ (C) $\frac{3}{8}$ (D) $\frac{1}{2}$ (E) $\frac{3}{4}$
9. The Incredible Hulk can double the distance he jumps with each succeeding jump. If his first jump is 1 meter, the second jump is 2 meters, the third jump is 4 meters, and so on, then on which jump will he first be able to jump more than 1 kilometer?
(A) 9th (B) 10th (C) 11th (D) 12th (E) 13th
10. What is the ratio of the least common multiple of 180 and 594 to the greatest common factor of 180 and 594?
(A) 110 (B) 165 (C) 330 (D) 625 (E) 660
11. Ted's grandfather used his treadmill on 3 days this week. He went 2 miles each day. On Monday he jogged at a speed of 5 miles per hour. He walked at the rate of 3 miles per hour on Wednesday and at 4 miles per hour on Friday. If Grandfather had always walked at 4 miles per hour, he would have spent less time on the treadmill. How many minutes less?
(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5
12. At the 2013 Winnebago County Fair a vendor is offering a "fair special" on sandals. If you buy one pair of sandals at the regular price of \$50, you get a second pair at a 40% discount, and a third pair at half the regular price. Javier took advantage of the "fair special" to buy three pairs of sandals. What percentage of the \$150 regular price did he save?
(A) 25% (B) 30% (C) 33% (D) 40% (E) 45%
13. When Clara totaled her scores, she inadvertently reversed the units digit and the tens digit of one score. By which of the following might her incorrect sum have differed from the correct one?
(A) 45 (B) 46 (C) 47 (D) 48 (E) 49
14. Abe holds 1 green and 1 red jelly bean in his hand. Bea holds 1 green, 1 yellow, and 2 red jelly beans in her hand. Each randomly picks a jelly bean to show the other. What is the probability that the colors match?
(A) $\frac{1}{4}$ (B) $\frac{1}{3}$ (C) $\frac{3}{8}$ (D) $\frac{1}{2}$ (E) $\frac{2}{3}$
15. If $3^p + 3^4 = 90$, $2^r + 44 = 76$, and $5^3 + 6^s = 1421$, what is the product of p , r , and s ?
(A) 27 (B) 40 (C) 50 (D) 70 (E) 90
16. A number of students from Fibonacci Middle School are taking part in a community service project. The ratio of 8th-graders to 6th-graders is 5 : 3, and the ratio of 8th-graders to 7th-graders is 8 : 5. What is the smallest number of students that could be participating in the project?
(A) 16 (B) 40 (C) 55 (D) 79 (E) 89

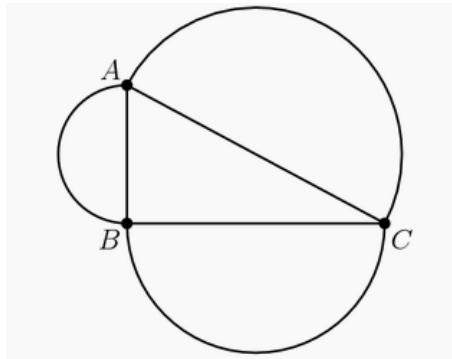
17. The sum of six consecutive positive integers is 2013. What is the largest of these six integers?
 (A) 335 (B) 338 (C) 340 (D) 345 (E) 350
18. Isabella uses one-foot cubical blocks to build a rectangular fort that is 12 feet long, 10 feet wide, and 5 feet high. The floor and the four walls are all one foot thick. How many blocks does the fort contain?



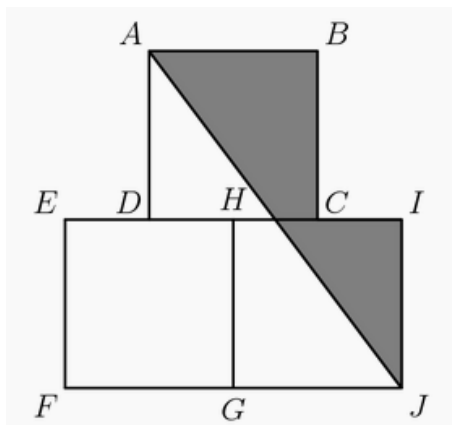
- (A) 204 (B) 280 (C) 320 (D) 340 (E) 600
19. Bridget, Cassie, and Hannah are discussing the results of their last math test. Hannah shows Bridget and Cassie her test, but Bridget and Cassie don't show theirs to anyone. Cassie says, 'I didn't get the lowest score in our class,' and Bridget adds, 'I didn't get the highest score.' What is the ranking of the three girls from highest to lowest?
 (A) Hannah, Cassie, Bridget (B) Hannah, Bridget, Cassie
 (C) Cassie, Bridget, Hannah (D) Cassie, Hannah, Bridget
 (E) Bridget, Cassie, Hannah
20. A 1×2 rectangle is inscribed in a semicircle with longer side on the diameter. What is the area of the semicircle?
 (A) $\frac{\pi}{2}$ (B) $\frac{2\pi}{3}$ (C) π (D) $\frac{4\pi}{3}$ (E) $\frac{5\pi}{3}$
21. Samantha lives 2 blocks west and 1 block south of the southwest corner of City Park. Her school is 2 blocks east and 2 blocks north of the northeast corner of City Park. On school days she bikes on streets to the southwest corner of City Park, then takes a diagonal path through the park to the northeast corner, and then bikes on streets to school. If her route is as short as possible, how many different routes can she take?
 (A) 3 (B) 6 (C) 9 (D) 12 (E) 18
22. Toothpicks are used to make a grid that is 60 toothpicks long and 32 toothpicks wide. How many toothpicks are used altogether?
 (A) 1920 (B) 1952 (C) 1980 (D) 2013 (E) 3932



23. Angle ABC of $\triangle ABC$ is a right angle. The sides of $\triangle ABC$ are the diameters of semicircles as shown. The area of the semicircle on \overline{AB} equals 8π , and the arc of the semicircle on \overline{AC} has length 8.5π . What is the radius of the semicircle on \overline{BC} ?
- (A) 7 (B) 7.5 (C) 8 (D) 8.5 (E) 9



24. Squares $ABCD$, $EFGH$, and $GHIJ$ are equal in area. Points C and D are the midpoints of sides IH and HE , respectively. What is the ratio of the area of the shaded pentagon $AJICB$ to the sum of the areas of the three squares?

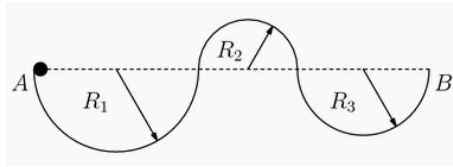


- (A) $\frac{1}{4}$ (B) $\frac{7}{24}$ (C) $\frac{1}{3}$ (D) $\frac{3}{8}$ (E) $\frac{5}{12}$

25. A ball with diameter 4 inches starts at point A to roll along the track shown. The track is comprised of 3 semicircular arcs whose radii are $R_1 = 100$ inches,

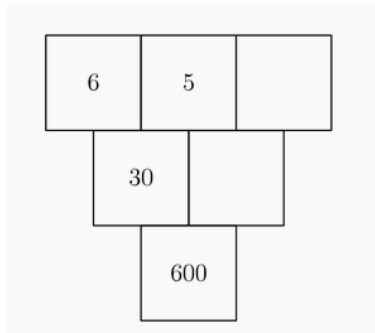
$R_2 = 60$ inches, and $R_3 = 80$ inches, respectively. The ball always remains in contact with the track and does not slip. What is the distance the center of the ball travels over the course from A to B ?

- (A) 238π (B) 240π (C) 260π (D) 280π (E) 500π



ĐỀ BÀI

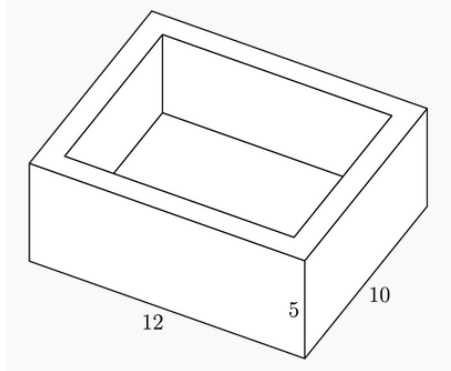
1. Amma muốn sắp xếp các ô tô mô hình của cô thành các hàng với đúng 6 chiếc xe trong mỗi hàng. Cô ấy có 23 chiếc xe mô hình. Hỏi Amma cần mua thêm ít nhất bao nhiêu chiếc xe mô hình để có thể sắp xếp tất cả xe của mình theo cách này?
(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5
2. Một biển hiệu ở siêu thị cá cho biết: " Giảm giá 50% chỉ duy nhất ngày hôm nay, một gói nửa pound chỉ với \$3 một gói". Giá gốc của 1 pound cá là bao nhiêu đô la?
(A) 6 (B) 9 (C) 10 (D) 12 (E) 15
3. Tính giá trị biểu thức $4.(-1 + 2 - 3 + 4 - 5 + 6 - 7 + \dots + 1000)$?
(A) -10 (B) 0 (C) 1 (D) 500 (E) 2000.
4. Tám người bạn ăn tại một nhà hàng và đồng ý chia hóa đơn bằng nhau. Bởi vì Judi quên mang tiền nên mỗi người trong số bảy người còn lại phải ứng ra \$2,50 để thanh toán phần của Judi. Hỏi tổng hóa đơn tiền ăn của 8 người là bao nhiêu?
(A) \$120 (B) \$128 (C) \$140 (D) \$144 (E) \$160
5. Hammie 6 tuổi và nặng 106 pound. Bốn em gái sinh tư của anh ấy có cân nặng là 5, 5, 6 và 8 pound. Cân nặng trung bình (TB) của 5 đứa trẻ hay số cân nặng ở chính giữa khi sắp xếp theo thứ tự tăng dần (trung vị) là lớn hơn và lớn hơn bao nhiêu pound ?
(A) Trung vị, 60 (B) TB, 20 (C) TB, 5 (D) TB, 15 (E) TB, 20
6. Số ở mỗi ô bên dưới là tích của hai số ở hai ô hàng trên mà tiếp xúc với nó. Ví dụ $30 = 6 \times 5$. Số còn thiếu trong hàng đầu tiên là bao nhiêu?



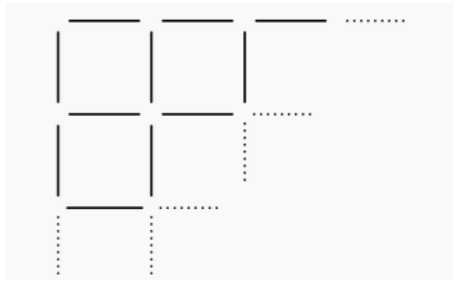
- (A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 6
7. Trey và mẹ cậu dừng lại ở một ngã tư đường sắt để chờ xe lửa đi qua. Khi xe lửa bắt đầu vượt qua, Trey đếm được 6 xe ô tô trong 10 giây đầu tiên. Xe lửa đi qua mất 2 phút và 45 giây với một tốc độ không đổi. Có nhiều nhất bao nhiêu chiếc ô tô đi qua trong lúc xe lửa qua ngã tư?
(A) 60 (B) 80 (C) 100 (D) 120 (E) 140

8. Một đồng xu cân bằng (1 mặt hình đầu người, 1 mặt hình số) được tung 3 lần. Xác suất để xuất hiện ít nhất hai mặt hình đầu người liên tiếp là bao nhiêu?
 (A) $\frac{1}{8}$ (B) $\frac{1}{4}$ (C) $\frac{3}{8}$ (D) $\frac{1}{2}$ (E) $\frac{3}{4}$
9. Incredible Hulk có thể tăng gấp đôi khoảng cách anh nhảy với mỗi bước nhảy thành công. Nếu bước nhảy đầu tiên là 1m, thì bước nhảy thứ hai là 2m, bước nhảy thứ ba là 4m, và tiếp tục như vậy, khi đó bước nhảy thứ bao nhiêu sẽ lần đầu tiên anh vượt qua 1 km?
 (A) thứ 9 (B) thứ 10 (C) thứ 11 (D) thứ 12 (E) thứ 13
10. Tỷ số giữa BCNN(180, 594) và UCLN(180, 594) là bao nhiêu?
 (A) 110 (B) 165 (C) 330 (D) 625 (E) 660
11. Ông của Ted đã sử dụng máy chạy bộ của mình vào 3 ngày trong tuần và mỗi ngày chạy 2 dặm. Ông chạy với tốc độ 5 dặm một giờ vào thứ Hai, 3 dặm một giờ vào thứ Tư và 4 dặm một giờ vào thứ Sáu. Nếu ông đi bộ với tốc độ 4 dặm một giờ, ông sẽ phải dành ít thời gian hơn trên máy chạy bộ. Hỏi thời gian ít hơn là bao nhiêu phút?
 (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5
12. Vào năm 2013 hãng sản xuất Winnebago County Fair đã đưa ra một "chương trình khuyến mãi đặc biệt" khi bán dép. Nếu bạn mua một đôi dép với mức giá thông thường là \$50, bạn sẽ được giá giảm 40% khi mua đôi thứ hai, và mua một đôi thứ ba với một nửa giá ban đầu. Javier đã lợi dụng "chương trình khuyến mãi đặc biệt" để mua ba đôi dép. Hỏi Javier đã tiết kiệm được bao nhiêu phần trăm trong số \$150 giá gốc?
 (A) 25% (B) 30% (C) 33% (D) 40% (E) 45%
13. Khi Clara tính tổng các điểm số của mình, cô vô tình đảo ngược chữ số hàng đơn vị và chữ số hàng chục của một điểm số. Số nào trong các số dưới đây có thể là hiệu giữa tổng sai và tổng đúng?
 (A) 45 (B) 46 (C) 47 (D) 48 (E) 49
14. Abe cầm 1 hạt đậu màu xanh lá cây và 1 hạt đậu màu đỏ. Bea cầm 1 hạt đậu màu xanh lá cây, 1 hạt đậu màu vàng, và 2 hạt đậu màu đỏ. Mỗi người chọn ngẫu nhiên một hạt đậu để cho người kia xem. Xác suất để hai hạt đậu cùng màu là bao nhiêu?
 (A) $\frac{1}{4}$ (B) $\frac{1}{3}$ (C) $\frac{3}{8}$ (D) $\frac{1}{2}$ (E) $\frac{2}{3}$
15. Nếu $3^p + 3^4 = 90$, $2^r + 44 = 76$, và $5^3 + 6^s = 1421$ thì tích của p, r , và s là bao nhiêu?
 (A) 27 (B) 40 (C) 50 (D) 70 (E) 90
16. Một số học sinh của trường trung học Fibonacci đang tham gia vào một dự án phục vụ cộng đồng. Tỷ lệ học sinh lớp 8 so với học sinh lớp 6 là 5 : 3, và tỷ lệ học sinh lớp 8 so với học sinh lớp 7 là 8 : 5. Có ít nhất bao nhiêu học sinh có thể tham gia vào dự án?
 (A) 16 (B) 40 (C) 55 (D) 79 (E) 89

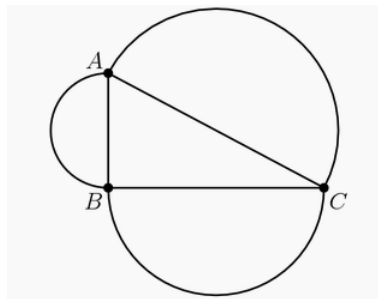
17. Tổng của sáu số nguyên dương liên tiếp là 2013. Số lớn nhất trong sáu số là bao nhiêu?
 (A) 335 (B) 338 (C) 340 (D) 345 (E) 350
18. Isabella sử dụng các khối lập phương cạnh 1 feet để xây dựng một pháo đài hình chữ nhật có chiều dài 12 feet, rộng 10 feet và cao 5 feet. Tầng và bốn bức tường đều dày 1 feet. Cần bao nhiêu khối lập phương để xây dựng pháo đài?



- (A) 204 (B) 280 (C) 320 (D) 340 (E) 600
19. Bridget, Cassie, và Hannah đang thảo luận về kết quả của bài kiểm tra toán cuối cùng của họ. Hannah cho Bridget và Cassie thấy bài kiểm tra của mình, nhưng Bridget và Cassie không cho ai xem bài kiểm tra của họ. Cassie cho biết, "Tôi không bị điểm thấp nhất trong lớp", và Bridget nói thêm, "Tôi không được điểm cao nhất lớp". Bảng xếp hạng số điểm của ba cô gái từ cao xuống thấp là như thế nào?
 (A) Hannah, Cassie, Bridget (B) Hannah, Bridget, Cassie
 (C) Cassie, Bridget, Hannah (D) Cassie, Hannah, Bridget
 (E) Bridget, Cassie, Hannah
20. Một hình chữ nhật 1×2 được vẽ trong một hình bán nguyệt với một cạnh nằm trên đường kính. Diện tích của hình bán nguyệt là bao nhiêu?
 (A) $\frac{\pi}{2}$ (B) $\frac{2\pi}{3}$ (C) π (D) $\frac{4\pi}{3}$ (E) $\frac{5\pi}{3}$
21. Samantha sống ở 2 dãy phía tây và 1 dãy phía nam ở góc tây nam của công viên thành phố. Trường học của cô là 2 dãy phía đông và 2 dãy phía bắc góc phía đông bắc của công viên thành phố. Vào những ngày đi học cô xe đạp trên đường phố tới góc tây nam của công viên thành phố, sau đó đi theo đường chéo qua công viên đến góc phía bắc, và sau đó đạp xe trên đường phố để đến trường. Nếu tuyến đường của cô là càng ngắn càng tốt, cô ấy có thể đi bao nhiêu tuyến đường khác nhau?
 (A) 3 (B) 6 (C) 9 (D) 12 (E) 18
22. Cần tất cả bao nhiêu chiếc tấm để tạo ra một mạng lưới dài 60 chiếc tấm và rộng 32 chiếc tấm?
 (A) 1920 (B) 1952 (C) 1980 (D) 2013 (E) 3932

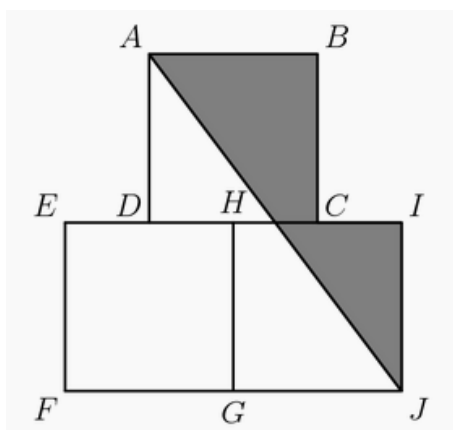


23. $\triangle ABC$ vuông tại A . Các cạnh của $\triangle ABC$ là các đường kính của các hình bán nguyệt như hình vẽ. Diện tích của hình bán nguyệt AB là 8π , cung của hình bán nguyệt trên AC có độ dài là $8,5\pi$. Tính bán kính của hình bán nguyệt trên BC ?



- (A) 7 (B) 7,5 (C) 8 (D) 8,5 (E) 9

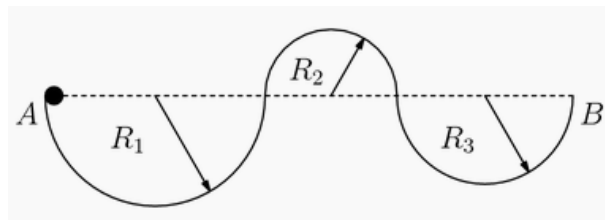
24. Các hình vuông $ABCD$, $EFGH$, và $GHIJ$ có diện tích bằng nhau. Điểm C và D lần lượt là trung điểm của cạnh IH và HE . Tính tỷ số giữa diện tích của hình ngũ giác $AJICB$ so với tổng diện tích của ba hình vuông?



- (A) $\frac{1}{4}$ (B) $\frac{7}{24}$ (C) $\frac{1}{3}$ (D) $\frac{3}{8}$ (E) $\frac{5}{12}$

25. Một quả bóng A có đường kính 4 inch bắt đầu từ điểm A chạy dọc theo đường đi như hình vẽ. Đoạn đường gồm ba hình bán nguyệt có đường kính lần lượt là $R_1 = 100$ inch, $R_2 = 60$ inch, và $R_3 = 80$ inch. Quả bóng luôn luôn tiếp xúc

với đường đi và không trượt. Tính quãng đường tâm quá bóng di chuyển theo đường từ A đến B ?



ANSWER KEY

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
A	D	E	C	E	C	C	C	C	C	D	B	A
14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	
C	B	E	B	B	D	C	E	E	C	B	A	

SOLUTIONS - LỜI GIẢI

1. In order to have her model cars in perfect, complete rows of 6, Danica must have a number of cars that is a multiple of 6. The smallest multiple of 6 which is larger than 23 is 24, so she'll need to buy **(A) 1** more model car.

• Để các xe ô tô mô hình của Amma được sắp xếp thành các hàng với đúng 6 chiếc một hàng thì số xe của cô ấy phải là một bội của 6. Bội nhỏ nhất của 6 mà lớn hơn 23 là 24, vì vậy cô ấy sẽ cần phải mua ít nhất **(A) 1** chiếc xe.

2. The 50% off price of half a pound of fish is 3, so the 100%, or the regular price, of a half pound of fish is 6. Consequently, if half a pound of fish costs 6, then a whole pound of fish is **(D) 12** dollars.

• Sau khi giảm giá 50% thì giá một nửa pound cá là 3, vì vậy 100% giá hay giá ban đầu của một nửa pound cá là 6. Do đó, nếu một nửa pound cá có giá 6, thì một pound cá có giá thực sự là **(D) 12** đô la.

3. Notice that we can pair up every two numbers to make a sum of 1:

$$\begin{aligned} (-1 + 2 - 3 + 4 - \dots + 1000) &= ((-1 + 2) + (-3 + 4) + \dots + (-999 + 1000)) \\ &= (1 + 1 + \dots + 1) \\ &= 500 \end{aligned}$$

Therefore, the answer is $4 \cdot 500 = \mathbf{(E) 2000}$.

• Chúng ta có thể chia các số thành từng cặp có tổng là 1.

$$\begin{aligned} (-1 + 2 - 3 + 4 - \dots + 1000) &= ((-1 + 2) + (-3 + 4) + \dots + (-999 + 1000)) \\ &= (1 + 1 + \dots + 1) \\ &= 500 \end{aligned}$$

Do đó câu trả lời là: $4 \cdot 500 = \mathbf{(E) 2000}$.

4. Each of her seven friends paid \$2.50 to cover Judi's portion. Therefore, Judi's portion must be $\$2.50 \cdot 7$. Since Judi was supposed to pay $\frac{1}{8}$ of the total bill, the total bill must be $8 \cdot 7 \cdot \$2.50 = \mathbf{(C) \$140}$.

• Mỗi người trong số bảy người bạn của Judi đã trả \$2,50 để trang trải phần của Judi. Do đó, phần Judi của phải là $\$2,50 \cdot 7$. Do Judi phải trả $\frac{1}{8}$ trong tổng số hóa đơn, tổng hóa đơn phải là $8 \cdot 7 \cdot \$2,50 = \mathbf{(C) \$140}$.

5. The median here is obviously less than the mean, so options (A) and (B) are out.

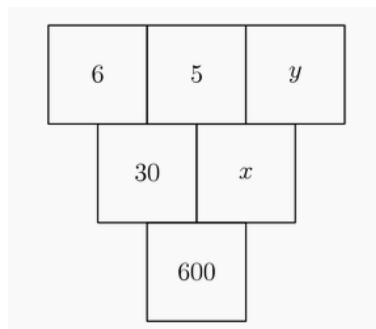
Lining up the numbers (5, 5, 6, 8, 106), we see that the median weight is 6 pounds.

The average weight of the five kids is $\frac{5 + 5 + 6 + 8 + 106}{5} = \frac{130}{5} = 26$.

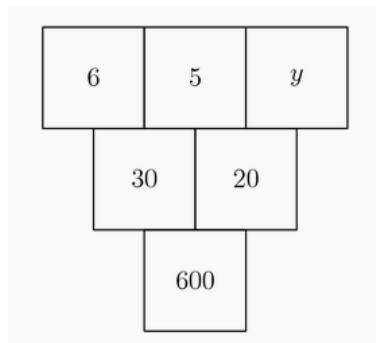
Therefore, the average weight is bigger, by $26 - 6 = 20$ pounds, making the answer **(E)** average, by 20.

• Sắp xếp các số cân nặng (5, 5, 6, 8, 106), chúng ta thấy rằng số chính giữa (trung vị) là 6 pound. Trong khi khối lượng trung bình của 5 đĩa trẻ là $\frac{5 + 5 + 6 + 8 + 106}{5} = \frac{130}{5} = 26$. Do đó khối lượng trung bình lớn hơn trung vị và lớn hơn $26 - 6 = 20$ pound nên câu trả lời là **(E)** TB, 20.

6. Let the value in the empty box in the middle row be x , and the value in the empty box in the top row be y . y is the answer we're looking for.



We see that $600 = 30x$, making $x = 20$. It follows that $20 = 5y$, so $y = \mathbf{(C)} 4$.



• Gọi số bị thiếu trong ô trống hàng ở giữa là x và số bị thiếu trong ô trống ở hàng trên cùng là y .

Do $600 = 30x$ nên $x = 20$.

Do $20 = 5y$ nên $y = \mathbf{(C)} 4$.

7. If Trey saw $\frac{6 \text{ cars}}{10 \text{ seconds}}$, then he saw $\frac{3 \text{ cars}}{5 \text{ seconds}}$.
 2 minutes and 45 seconds can also be expressed as $2 \cdot 60 + 45 = 165$ seconds.
 Trey's rate of seeing cars, $\frac{3 \text{ cars}}{5 \text{ seconds}}$, can be multiplied by $165 \div 5 = 33$ on the top and bottom (and preserve the same rate):
 $\frac{3 \cdot 33 \text{ cars}}{5 \cdot 33 \text{ seconds}} = \frac{99 \text{ cars}}{165 \text{ seconds}}$. It follows that the most likely number of cars is **(C)** 100.

- Nếu Trey nhìn thấy $\frac{6 \text{ ô tô}}{10 \text{ giây}}$, thì cậu ấy đã nhìn $\frac{3 \text{ ô tô}}{5 \text{ giây}}$. Đổi 2 phút 45 giây = $2 \cdot 60 + 45 = 165$ giây. Tốc độ nhìn các ô tô của Trey là $\frac{3 \text{ ô tô}}{5 \text{ giây}} = \frac{3 \cdot 33 \text{ ô tô}}{5 \cdot 33 \text{ giây}} = \frac{99 \text{ ô tô}}{165 \text{ giây}}$. Điều đó cho thấy số ô tô đi qua nhiều nhất là **(C)** 100 chiếc.

8. First, there are $2^3 = 8$ ways to flip the coins, in order.

The ways to get two consecutive heads are HHT and THH.

The way to get three consecutive heads is HHH.

Therefore, the probability of flipping at least two consecutive heads is $\boxed{\text{(C)} \frac{3}{8}}$.

- Đầu tiên, có $2^3 = 8$ cách để lật đồng xu theo thứ tự. Có 2 cách để có được 2 mặt đầu người liên tiếp và 1 cách để có được ba mặt đầu người liên tiếp. Do đó, khả năng lật ít nhất hai người đứng đầu liên tiếp là $\boxed{\text{(C)} \frac{3}{8}}$.

9. This is a geometric sequence in which the common ratio is 2. To find the jump that would be over a 1000 meters, we note that $2^{10} = 1024$.

However, because the first term is $2^0 = 1$ and not $2^1 = 2$, the solution to the problem is $10 - 0 + 1 = \boxed{\text{(C)} 11^{\text{th}}}$

- Để tìm bước nhảy vượt qua $1km = 1000m$ ta chú ý $2^{10} = 1024$. Tuy nhiên $2^0 = 1$ chứ không phải $2^1 = 2$ nên kết quả của bài toán là $10 - 0 + 1 = \boxed{\text{(C)} \text{thứ } 11}$

10. To find either the LCM or the GCF of two numbers, always prime factorize first.

The prime factorization of $180 = 3^2 \times 5 \times 2^2$.

The prime factorization of $594 = 3^3 \times 11 \times 2$.

Then, find the greatest power of all the numbers there are; if one number is one but not the other, use it (this is $3^3, 5, 11, 2^2$). Multiply all of these to get 5940.

For the GCF of 180 and 594, use the least power of all of the numbers that are in both factorizations and multiply. $3^2 \times 2 = 18$.

Thus the answer = $\frac{5940}{18} = \boxed{\text{(C)} 330}$.

- Phân tích 180 và 594 ra thừa số nguyên tố.

$$180 = 3^2 \times 5 \times 2^2.$$

$$594 = 3^3 \times 11 \times 2.$$

$$BCNN(180, 594) = 3^3 \times 5 \times 11 \times 2^2 = 5940.$$

$$UCLN(180, 594) = 3^2 \times 2 = 18.$$

$$\text{Do đó câu trả lời là } \frac{5940}{18} = \boxed{\text{(C)} 330}.$$

11. We use that fact that $d = rt$. Let d = distance, r = rate or speed, and t = time. In this case, let x represent the time.

On Monday, he was at a rate of 5 m.p.h. So, $5x = 2$ miles $\implies x = \frac{2}{5}$ hours.

For Wednesday, he walked at a rate of 3 m.p.h. Therefore, $3x = 2$ miles $\implies x = \frac{2}{3}$ hours.

On Friday, he walked at a rate of 4 m.p.h. So, $4x = 2$ miles $\implies x = \frac{2}{4}$ hours.

Adding up the hours yields $\frac{2}{5}$ hours + $\frac{2}{3}$ hours + $\frac{2}{4}$ hours = $\frac{94}{60}$ hours.

We now find the amount of time Grandfather would have taken if he walked at 4 m.p.h per day. Set up the equation, $4x = 2$ miles $\times 3$ days $\implies x = \frac{3}{2}$ hours.

To find the amount of time saved, subtract the two amounts: $\frac{94}{60}$ hours - $\frac{3}{2}$ hours = $\frac{4}{60}$ hours. To convert this to minutes, we multiply by 60.

Thus, the solution to this problem is $\frac{4}{60} \times 60 = \boxed{\text{(D) } 4}$

• Trong thực tế chúng ta sử dụng $d = r.t$ trong đó d là khoảng cách, r là vận tốc và t là thời gian. Trong bài toán này ta gọi x là thời gian.

Thứ Hai, ông chạy trên máy với vận tốc 5 dặm một giờ, nên

$$5x = 2 \text{ dặm} \implies x = \frac{2}{5} \text{ giờ.}$$

Thứ Tư, ông chạy trên máy với vận tốc 3 dặm mỗi giờ, nên

$$5x = 2 \text{ dặm} \implies x = \frac{2}{5} \text{ giờ.}$$

Thứ Sáu, ông chạy trên máy với vận tốc 4 dặm mỗi giờ, nên

$$4x = 2 \text{ dặm} \implies x = \frac{2}{4} \text{ giờ.}$$

Tổng thời gian chạy bộ trên máy trong 1 tuần là

$$\frac{2}{5} \text{ giờ} + \frac{2}{3} \text{ giờ} + \frac{2}{4} \text{ giờ} = \frac{94}{60} \text{ giờ.}$$

Bây giờ, chúng ta tìm thời gian mà ông của Ted đi bộ với vận tốc 4 dặm mỗi ngày. Ta có $4x = 2$ dặm $\times 3$ ngày $\implies x = \frac{3}{2}$ giờ.

Do $\frac{94}{60}$ giờ - $\frac{3}{2}$ giờ = $\frac{4}{60}$ giờ nên thời gian đi bộ ít hơn thời gian chạy bộ trên máy là: $\frac{4}{60} \times 60 = \boxed{\text{(D) } 4}$ phút.

12. First, find the amount of money one will pay for three sandals without the discount. We have $\$50 \times 3$ sandals = $\$150$.

Then, find the amount of money using the discount: $50 + 0.6 \times 50 + \frac{1}{2} \times 50 =$

\$105.

Finding the percentage yields $\frac{105}{150} = 70\%$.

To find the percent saved, we have $100\% - 70\% = \boxed{\text{(B)} 30}$

• Trước tiên, ta tìm số tiền phải trả cho ba đôi dép khi không được giảm giá là $\$50 \times 3 \text{ đôi dép} = \150 .

Số tiền phải trả khi được giảm giá là: $50 + 0.6 \times 50 + \frac{1}{2} \times 50 = \105 .

Phần trăm số tiền phải trả là: $\frac{105}{150} = 70\%$.

Phần trăm số tiền tiết kiệm được là: $100\% - 70\% = \boxed{\text{(B)} 30}$.

13. Let the two digits be a and b .

The correct score was $10a + b$. Clara misinterpreted it as $10b + a$. The difference between the two is $|9a - 9b|$ which factors into $|9(a - b)|$. Therefore, since the difference is a multiple of 9, the only answer choice that is a multiple of 9 is

$\boxed{\text{(A)} 45}$.

• Giả sử hai chữ số là a và b . Điểm số chính xác là $10a + b$. Clara nhầm là $10b + a$. Hiệu giữa hai số là $|9a - 9b|$ phân tích thành $|9(a - b)|$. Do đó, hiệu của hai số là bội của 9, câu trả lời duy nhất là một bội của 9 là $\boxed{\text{(A)} 45}$.

14. The probability that both show a green bean is $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{8}$. The probability that both show a red bean is $\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{4} = \frac{1}{4}$. Therefore the probability is $\frac{1}{4} + \frac{1}{8} = \boxed{\text{(C)} \frac{3}{8}}$

• Xác suất để cả hai hạt đậu màu xanh là $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{8}$. Xác suất để cả hai hạt đậu màu đỏ là $\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{4} = \frac{1}{4}$. Do đó tổng xác suất là: $\frac{1}{4} + \frac{1}{8} = \boxed{\text{(C)} \frac{3}{8}}$.

15. $3^p + 3^4 = 90$

$$3^p + 81 = 90$$

$$3^p = 9$$

Therefore, $p = 2$.

$$2^r + 44 = 76$$

$$2^r = 32$$

Therefore, $r = 5$.

$$5^3 + 6^s = 1421$$

$$125 + 6^s = 1421$$

$$6^s = 1296$$

To most people, it would not be immediately evident that $6^4 = 1296$, so we can multiply 6's until we get the desired number: $6 \cdot 6 = 36$

$$6 \cdot 36 = 216$$

$$6 \cdot 216 = 1296 = 6^4, \text{ so } s = 4.$$

Therefore the answer is $2 \cdot 5 \cdot 4 = \boxed{\text{(B)} 40}$

- Do $3^p + 3^4 = 90 \Rightarrow 3^p + 81 = 90 \Rightarrow 3^p = 9$ nên $p = 2$.
- Do $2^r + 44 = 76 \Rightarrow 2^r = 32$ nên $r = 5$.
- Do $5^3 + 6^s = 1421 \Rightarrow 125 + 6^s = 1421 \Rightarrow 6^s = 1296$ nên $s = 4$.
- Vậy câu trả lời là: $2 \cdot 5 \cdot 4 = \boxed{\text{(B)} 40}$.

16. We multiply the first ratio by 8 on both sides, and the second ratio by 5 to get the same number for 8th graders, in order that we can put the two ratios together:

$$5 : 3 = 5(8) : 3(8) = 40 : 24$$

$$8 : 5 = 8(5) : 5(5) = 40 : 25$$

Therefore, the ratio of 8th graders to 7th graders to 6th graders is $40 : 25 : 24$. Since the ratio is in lowest terms, the smallest number of students participating in the project is $40 + 25 + 24 = \boxed{\text{(E)} 89}$.

- Ta có:

$$5 : 3 = 40 : 24$$

$$8 : 5 = 40 : 25$$

Do đó, tỉ số giữa học sinh lớp 8 với lớp 7 và với lớp 6 là $40 : 25 : 24$. Do tỉ lệ này là tối giản, nên số nhỏ nhất các sinh viên tham gia dự án là $40 + 25 + 24 = \boxed{\text{(E)} 89}$.

17. Let the first term be x . Our integers are $x, x + 1, x + 2, x + 3, x + 4, x + 5$. We have, $6x + 15 = 2013 \Rightarrow x = 333 \Rightarrow x + 5 = \boxed{\text{(B)} 338}$

- Gọi số đầu tiên là x . Sáu số nguyên liên tiếp bắt đầu từ x là $x, x + 1, x + 2, x + 3, x + 4, x + 5$. Ta có, $6x + 15 = 2013 \Rightarrow x = 333 \Rightarrow x + 5 = \boxed{\text{(B)} 338}$

18. We can just calculate the volume of the prism that was cut out of the original $12 \times 10 \times 5$ box. Each interior side of the fort will be 2 feet shorter than each side of the outside. Since the floor is 1 foot, the height will be 4 feet. So the volume of the interior box is $10 \times 8 \times 4 = 320 \text{ ft}^3$.

The volume of the original box is $12 \times 10 \times 5 = 600 \text{ ft}^3$. Therefore, the number of blocks contained in the fort is $600 - 320 = \boxed{\text{(B)} 280}$.

- Thể tích của hình hộp chữ nhật chứa pháo đài là $12 \times 10 \times 5 = 600 \text{ ft}^3$.

Thể tích của hình hộp chữ nhật bị khoét đi là: $10 \times 8 \times 4 = 320 \text{ ft}^3$.

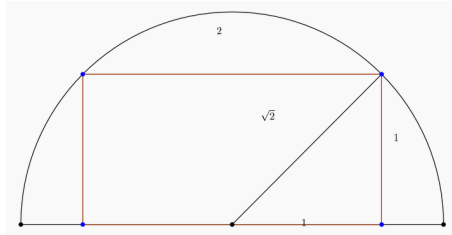
Do đó, thể tích của pháo đài (hay số khối lập phương chứa trong pháo đài) là: $600 - 320 = \boxed{\text{(B)} 280}$.

19. If Hannah did better than Cassie, there would be no way she could know for sure that she didn't get the lowest score in the class. Therefore, Hannah did worse than Cassie. Similarly, if Hannah did worse than Bridget, there is no way Bridget could have known that she didn't get the highest in the class. Therefore, Hannah did better than Bridget, so our order is $\boxed{\text{(D)} \text{Cassie, Hannah, Bridget}}$.

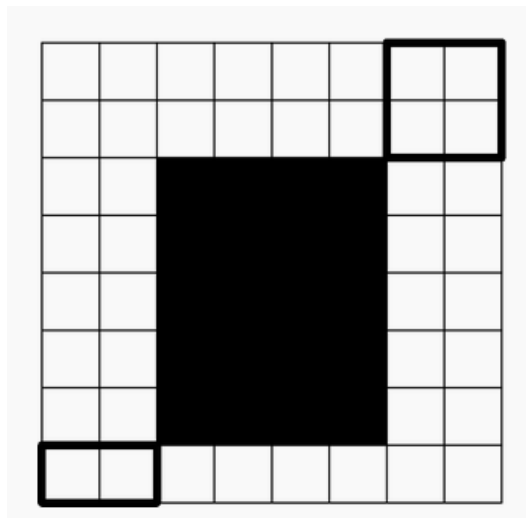
- Nếu Cassie làm tệ hơn so với Hannah, cô ấy không thể biết chắc chắn rằng cô ấy không bị điểm thấp nhất trong lớp. Do đó, Hannah đã làm bài tệ hơn

Cassie. Tương tự như vậy, nếu Hannah đã làm bài tệ hơn Bridget, không có cách nào Bridget có thể biết rằng cô đã không được điểm cao nhất trong lớp. Do đó, Hannah đã làm tốt hơn so với Bridget, vì vậy thứ tự của chúng ta là **(D)** Cassie, Hannah, Bridget.

20. A semicircle has symmetry, so the center is exactly at the midpoint of the 2 side on the rectangle, making the radius, by the Pythagorean Theorem, $\sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2}$. The area is $\frac{2\pi}{2} = \mathbf{(C)} \pi$.



- Nửa hình tròn có tính chất đối xứng nên tâm của nó chính là trung điểm của 1 cạnh hình chữ nhật. Từ định lý Pitago ta có bán kính của hình tròn là: $\sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2}$. Do đó diện tích của nửa hình tròn là $\frac{2\pi}{2} = \mathbf{(C)} \pi$.
21. Using combinations, we get that the number of ways to get from Samantha's house to City Park is $\binom{3}{1} = 3$, and the number of ways to get from City Park to school is $\binom{4}{2} = 6$. Since there's one way to go through City Park (just walking straight through), the number of different ways to go from Samantha's house to City Park to school $3 \cdot 6 = \mathbf{(E)} 18$.



- Số cách để đi từ nhà của Samantha đến công viên thành phố là: $\binom{3}{1} = 3$ và số cách để đi từ công viên thành phố đến trường học là $\binom{4}{2} = 6$. Do có một con đường để đi qua công viên thành phố (chỉ đi thẳng qua), nên số cách khác nhau để đi từ nhà của Samantha qua công viên thành phố để đến trường là $3 \cdot 6 = \mathbf{(E)} 18$.

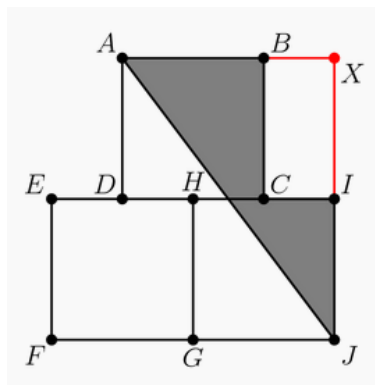
22. There are 61 vertical columns with a length of 32 toothpicks, and there are 33 horizontal rows with a length of 60 toothpicks. An effective way to verify this is to try a small case, i.e. a 2×3 grid of toothpicks. Thus, our answer is $61 \cdot 32 + 33 \cdot 60 = \boxed{\text{(E)} 3932}$.

• Có 61 cột dọc với chiều dài 32 chiếc tăm xĩa răng, và có 33 hàng ngang với chiều dài 60 chiếc tăm. Một cách hiệu quả để xác minh điều này là để thử một trường hợp nhỏ, chẳng hạn với một lưới tăm 2×3 . Vì vậy, câu trả lời của chúng ta là $61 \cdot 32 + 33 \cdot 60 = \boxed{\text{(E)} 3932}$.

23. If the semicircle on AB were a full circle, the area would be 16π . Therefore the diameter of the first circle is 8. The arc of the largest semicircle would normally have a complete diameter of 17. The Pythagorean theorem says that the other side has length 15, so the radius is $\boxed{\text{(B)} 7.5}$

• Nếu hình bán nguyệt trên AB là một hình tròn đầy đủ, diện tích sẽ là 16π nên $AB = 8$. Hình bán nguyệt lớn nhất có đường kính là $AC = 17$. Từ Định lý Pitago ta tính được cạnh bên còn lại là $BC = 15$, do bán kính là $\boxed{\text{(B)} 7,5}$.

24. First let $s = 2$ (where s is the side length of the squares) for simplicity. We can extend IJ until it hits the extension of AB . Call this point X . The area of triangle AXJ then is $\frac{3 \cdot 4}{2}$. The area of rectangle $BXIC$ is $2 \cdot 1 = 2$. Thus, our desired area is $6 - 2 = 4$. Now, the ratio of the shaded area to the combined area of the three squares is $\frac{4}{3 \cdot 2^2} = \boxed{\text{(C)} \frac{1}{3}}$.

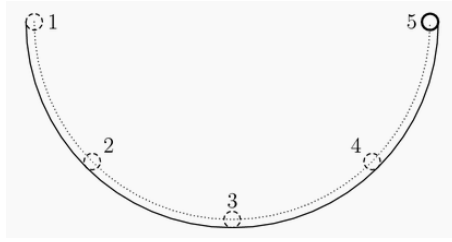


• Để đơn giản ta gọi độ dài cạnh hình vuông là 2. Kéo dài IJ và AB cắt nhau tại X . Diện tích tam giác AXJ là $\frac{3 \cdot 4}{2}$, diện tích của hình chữ nhật $BXIC$ là $2 \cdot 1 = 2$. Do đó diện tích của hình tô màu là $6 - 2 = 4$. Vậy tỷ số giữa diện tích của hình được tô màu so với diện tích của ba hình chữ nhật là:

$$\frac{4}{3 \cdot 2^2} = \boxed{\text{(C)} \frac{1}{3}}$$

25. The radius of the ball is 2 inches. If you think about the ball rolling or draw a path for the ball (see figure below), you see that in A and C it loses

$2\pi * 2/2 = 2\pi$ inches, and it gains 2π inches on B .



So, the departure from the length of the track means that the answer is $\frac{200 + 120 + 160}{2} * \pi + (-2 - 2 + 2) * \pi = 240\pi - 2\pi = \boxed{\text{(A)} 238\pi}$

• Bán kính của quả bóng là 2 inch. Ba hình bán nguyệt có bán kính lần lượt là $R_1 = 100$ inch, $R_2 = 60$ inch, và $R_3 = 80$ inch. Do đó, tâm quả bóng sẽ di chuyển trên 3 hình bán nguyệt có bán kính lần lượt là 98, 62, 78 inch. Quãng đường tâm quả bóng đã di chuyển là $(98 + 62 + 78) * \pi = \boxed{\text{(A)} 238\pi}$.